

Série de TD n°3 : Analyse syntaxique

Grammaire, arbre de dérivation, les méthodes d'analyse

Exercice 1 :

1. Trouver la grammaire générant le langage des chaînes de la forme $a^n b^n$, où $n \geq 0$.
2. Trouver la grammaire générant le langage des chaînes contenant un nombre impair de "a" et n'importe quel nombre de "b".
3. Trouver la grammaire générant le langage des chaînes de la forme $a^n b^m$ où $n \geq 0$ et $m \geq 0$, c'est-à-dire des chaînes de "a" suivies de "b".

Solution :

1. Trouver la grammaire générant le langage des chaînes de la forme $a^n b^n$, où $n \geq 0$.

$S \rightarrow aSb \mid \varepsilon$

2. Trouver la grammaire générant le langage des chaînes contenant un nombre impair de "a" et n'importe quel nombre de "b".

$S \rightarrow aA$

$A \rightarrow aS \mid bA \mid \varepsilon$

3. Trouver la grammaire générant le langage des chaînes de la forme $a^n b^m$ où $n \geq 0$ et $m \geq 0$, c'est-à-dire des chaînes de "a" suivies de "b".

$S \rightarrow aS \mid A$

$A \rightarrow bA \mid \varepsilon$

Exercice 2 :

Soit l'alphabet $\Sigma = \{0,1\}$, et soit le langage L sur l'alphabet Σ qui comportent les chaînes 1001.

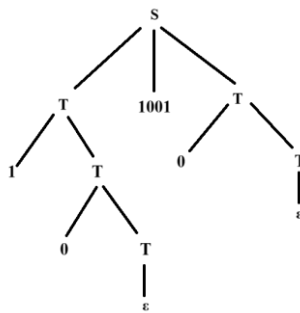
- 1) Donner la grammaire hors contexte qui engendre le langage L.
- 2) Donner l'arbre de dérivation des mots **001,1010010**, en utilisant la méthode descendante naïve :
 - a) Avec récursivité à gauche.
 - b) Avec récursivité à droite.
 - c) Est-ce que à travers ces mots nous pouvons conclure que la grammaire est ambiguë ?
 - d) Prouvez que la grammaire est ambiguë ?
- 3) Donner la grammaire des mots binaires qui acceptent la division sur 2 et commencent obligatoirement par 0
- 4) Donner la dérivation syntaxique des mots 01100, 01010.

Solution :

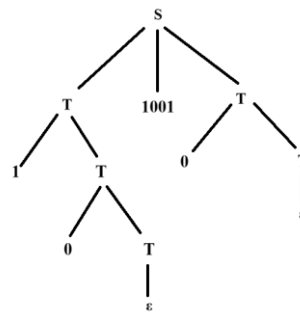
1) - Le grammaire : $G = \{S, V_t, V_n, P\}$
 $V_t = \{0,1\}$
 $V_n = \{S, T\}$
 $S \rightarrow T1001T$
 $T \rightarrow 0T \mid 1T \mid \varepsilon$

2) – Arbres de dérivation de **1010010** :

a) Avec récursivité à gauche :

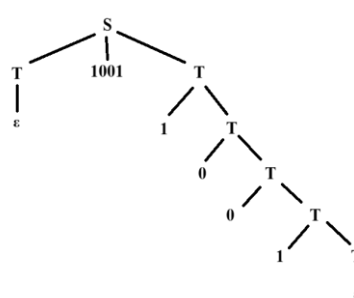
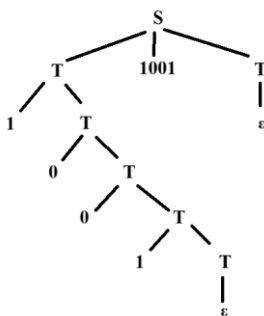


b) Avec récursivité à droite :



c) Nous ne pouvons pas conclure que la grammaire est ambiguë à travers un seul mot.

d) Pour le mot 10011001 nous avons deux arbres de dérivation donc la grammaire est ambiguë :

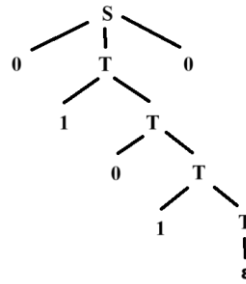
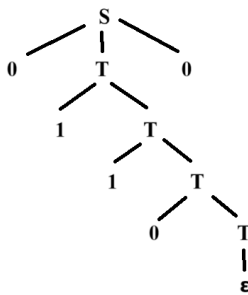


3) - Le grammaire : $G = \{S, V_t, V_n, P\}$
 $V_t = \{0,1\}$
 $V_n = \{S, T\}$
 $S \rightarrow 0T0 \mid 0$
 $T \rightarrow 0T \mid 1T \mid \varepsilon$

4) Donner la dérivation syntaxique des mots 01100, 01010 :

Arbre de dérivation de 01100 :

Arbre de dérivation de 01010 :



Exercice 3 :

Soit l'alphabet $\Sigma = \{a, b, \varepsilon\}$, et soit le langage L sur l'alphabet Σ engendré par la grammaire G, dont les règles de production se présentent comme suit :

$S \rightarrow aS \mid B$

$B \rightarrow bBc \mid \varepsilon$

- 1) Est-ce que les mots suivants appartiennent aux langages L **abc**, **abbc** (utiliser la méthode LR)

$S \rightarrow aS \mid B$

$B \rightarrow bBc \mid \varepsilon$

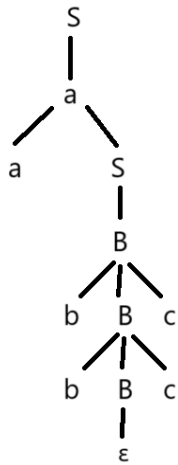
Pour le mot **abc** :

Pointeur	Pile	Opération
\$abc	\$	Décalage
\$bc	\$a	Décalage
\$c	\$ab	Réduction $B \rightarrow \varepsilon$
\$c	\$abB	Décalage
\$	\$abBc	Réduction $B \rightarrow bBc$
\$	\$aB	Réduction $S \rightarrow B$
\$	\$aS	Réduction $S \rightarrow aS$
\$	\$\$	Validation

Pour le mot **abbc** :

Pointeur	Pile	Opération
\$abbc	\$	Décalage
\$bbc	\$a	Décalage
\$bc	\$ab	Décalage
\$c	\$abb	Réduction $B \rightarrow \varepsilon$
\$c	\$abbB	Décalage
\$	\$abbBc	Réduction $B \rightarrow bBc$
\$	\$aB	Erreur

- 2) Combien d'arbre de dérivation peut-on retrouver pour le mot **aaaacbbbbbb (aabbcc)**, si on commence par l'axiome ? En déduire le type de la grammaire.



La grammaire n'est pas ambiguë.

Exercice 4 :

Soit la grammaire G sur l'alphabet $\Sigma = \{a,b\}$, dont les règles de production se présentent comme suit :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow B B \\ B &\rightarrow a B \mid b \end{aligned}$$

- 1) Donner les caractéristiques de la grammaire G
- 2) En utilisant la méthode LR, identifier l'appartenance des mots **bb**, **abb**, **abbab** aux langages L .
- 3) Donner l'arbre de dérivation en commençant par l'axiome du mot **ababb** ? Combien de dérivation possible pour ce mot ? En déduire le type de la grammaire.

Solution :

1) Caractéristiques de la grammaire G :

$$G = \{S, V_t, V_n, P\}$$

$$V_t = \{a, b\}$$

$$V_n = \{B\}$$

Liste des productions P :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow B B \\ B &\rightarrow a B \mid b \end{aligned}$$

- 2) En utilisant la méthode LR, identifier l'appartenance des mots **bb**, **abb**, **abbab** aux langages L .

Pour le mot : bb

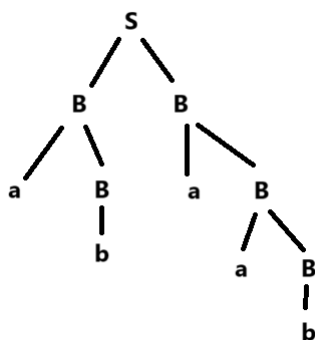
Pointeur	Pile	Opération
\$bb	\$	Décalage
\$b	\$b	Réduction $B \rightarrow b$
\$b	\$B	Décalage
\$	\$Bb	Réduction $B \rightarrow b$
\$	\$BB	Réduction $S \rightarrow BB$
\$	\$S	Acceptation

Pour le mot : abb

Pointeur	Pile	Opération
\$abb	\$	Décalage
\$bb	\$a	Décalage
\$b	\$ab	Réduction
\$b	\$aB	Réduction
\$b	\$B	Décalage
\$	\$Bb	Réduction
\$	\$BB	Réduction
\$	\$S	Acceptation

Pour le mot : abbab (la chaîne n'est pas acceptée)

- 3) Donner l'arbre de dérivation en commençant par l'axiome du mot abaab ?
 Combien de dérivation possible pour ce mot ? En déduire le type de la grammaire.



Il n'y a qu'un seul arbre de dérivation valide pour le mot "abaab" avec cette grammaire.

Normalement à travers un seul mot on ne peut pas conclure que la grammaire n'est pas ambiguë, mais après une petite analyse de la structure cette grammaire n'est pas ambiguë.